



Eléments de cinématique newtonienne

Vecteur position

La position d'un objet, mesurée en m, peut être résumée par la position de son centre de gravité G.

$$\overrightarrow{OG} \begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

Rq : Le mouvement d'un objet, même complexe, peut être décrit par une succession de mouvements plans. Deux coordonnées suffisent donc souvent.

Vecteur vitesse

1. Quelques notions de calcul différentiel

a. Notation

La définition mathématique de la dérivée d'une fonction en un point est associée au taux de variation de cette fonction autour du point considéré : $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$

En sciences physiques, un phénomène dépend souvent de plusieurs paramètres. Il sera alors modélisé à l'aide d'une fonction à plusieurs variables : $f(x, t)$

Lorsqu'on veut étudier l'influence d'un seul de ces paramètres, il est nécessaire de préciser ce paramètre, d'où la notation privilégiée de la dérivée :

- dérivée par rapport à x : $\frac{df}{dx}$
- dérivée par rapport à t : $\frac{df}{dt}$
- dérivée 2nde par rapport à t : $\frac{d^2f}{dt^2}$

Rq : En sciences physiques, on s'intéresse souvent aux variations temporelles d'une grandeur. On a alors coutume d'utiliser une notation simplifiée pour la dérivation par rapport au temps : $\frac{df}{dt} = \dot{f}$; $\frac{d^2f}{dt^2} = \ddot{f}$

b. Règles d'utilisation

Toutes les propriétés de la dérivée vues en mathématiques s'appliquent en sciences physiques.

c. Dérivée d'un vecteur

Dériver un vecteur revient à dériver ses coordonnées : $\vec{u} \begin{pmatrix} u_x(t) \\ u_z(t) \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{d\vec{u}}{dt} \begin{pmatrix} \frac{du_x}{dt} \\ \frac{du_z}{dt} \end{pmatrix}$

2. Définition

a. Vitesse moyenne

La vitesse moyenne d'un objet, mesurée en m.s^{-1} , est le rapport de la distance parcourue par

l'objet sur la durée du parcours : $\vec{v}_m = \frac{\Delta \overrightarrow{OG}}{\Delta t}$

b. Vitesse instantanée

Pour obtenir la vitesse instantanée d'un objet, on réduit la durée sur laquelle on mesure la vitesse moyenne:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \overrightarrow{OG}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \Rightarrow \vec{v} \begin{pmatrix} v_x(t) = \dot{x}(t) \\ v_z(t) = \dot{z}(t) \end{pmatrix}$$

Vecteur accélération

Une accélération correspond à une variation de vitesse par unité de temps.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{m} \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \vec{a} \begin{pmatrix} a_x(t) = \dot{v}_x(t) = \ddot{x}(t) \\ a_z(t) = \dot{v}_z(t) = \ddot{z}(t) \end{pmatrix}$$